

Hinweise und Tipps 3
Wichtige Einheiten 4
Ab- und Aufrunden 5
Umwandlung Point–Millimeter 6
Umwandlung Inch–Zentimeter 6
Format, Seitenverhältnis 7
Proportionale Formatänderung 7
Formatänderung, Wegfall oder Ergänzung 8
Goldener Schnitt 10
Maßstab (Skalierungsfaktor), Bildgröße 11

CIELAB-Buntheit, -Buntonwinkel 39
CIELAB-Farbabstand 40
Helligkeits-, Buntheits-
und Bunttondifferenz 41
Chromaticness-Differenz 42
Belichtungszeit und Blende 43
ISO-Empfindlichkeit,
Belichtungszeit und Blende 44
Normalbrennweite 45
Brennweitenfaktor,
äquivalente Brennweite 45
Textmenge und Werkumfang 47
Zeilenabstand, Durchschuss 48

Formeln für Mediengestalter*innen Digital und Print

Bildgröße und Pixelfrequenz 13
Skalieren ohne Resampling 14
Skalieren mit Resampling 15
Datentiefe, Farbtiefe 17
Bilddatenmenge 18
Abtastauflösung beim Scannen 19
Datenkompression 21
Rasterkonstante,
Recorder-Element, Rasterzelle 23
Tonwertstufen 24
Datenrate, Datenmenge Audio 25
Pixelrate, Datenrate, Datenmenge Video 27
Datenübertragung 29
Displaygröße 31
Displayauflösung, Pixelabstand 32
Transmissionsfaktor,
Reflexionsfaktor, Dichte 33
Kontrastverhältnis, Dichteumfang 35
Dynamikumfang 36
Rastertonwert im Druck, Tonwertzunahme 37
Geometrischer Rastertonwert 38

Satzspiegelhöhe 49
Normformate (ISO 216, DIN 476-2) 50
Papierdicke, Volumen 51
Nutzen- und Seitenberechnung 52
Papierbedarf (Bogen-Offsetdruck) 54
Papiermasse 56
Papierpreis 56
Rabatt, Mehrwertsteuer, Skonto 57
Anzeigenpreis 58
Zinsen 59
Kalkulatorische Zinsen 60
Lineare Abschreibung 61
Wiederbeschaffungsneuwert 61
Beschäftigungs- und Nutzungsgrad 62
Kapazitätsberechnung 63
Platzkostenrechnung 64
Auflagenfixe und -variable Kosten 67
Gewinnschwelle, Grenzaufgabe 68

Vierte Auflage

Ulrich Paasch

Formeln

*für Mediengestalter*innen*
Digital und Print

Vierte Auflage

 tredition®

Websites des Autors:
www.mathemedien.de
www.pt-mediengestaltung.de

Vierte, überarbeitete und erweiterte Auflage, 2017

© 2017 Ulrich Paasch

Verlag: tredition GmbH, Hamburg

ISBN: 978-3-7345-8739-9

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages und des Autors unzulässig. Dies gilt insbesondere für die elektronische oder sonstige Vervielfältigung, Übersetzung, Verbreitung und öffentliche Zugänglichmachung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <https://portal.dnb.de> abrufbar.

Hinweise und Tipps

Dieses Buch liefert die Lösungswege für rechnerische Aufgabenstellungen, mit denen Mediengestalter*innen in Berufsausbildung, beruflicher Fortbildung und Prüfungen konfrontiert werden. Alle Lösungswege sind, soweit möglich und sinnvoll, als Formeln notiert. Die Beispiele verdeutlichen ihre Anwendung und erleichtern das Nachvollziehen.

Die Darstellung der Formeln zielt auf leichte Erfassbarkeit und Verständlichkeit. Deshalb wird in einigen Punkten bewusst gegen strenge mathematische oder physikalische Schreibkonventionen verstoßen.

Anstelle von Größensymbolen werden durchweg ausgeschriebene Begriffe verwendet. Soweit es beim Rechnen auf die Verwendung bestimmter Einheiten ankommt, sind sie in eckigen Klammern angegeben. Das gilt auch für Einheiten, die streng genommen gar keine sind, also zum Beispiel Pixel, Bits oder Bytes.

Die Angabe [LE] (Längeneinheit) weist darauf hin, dass mit einer beliebigen Längeneinheit gerechnet werden kann, also zum Beispiel Zentimeter, Millimeter, Point oder Inch. Einheit der Auflösung oder Aufzeichnungsfineinheit (Ortsfrequenz) ist der Kehrwert einer Längeneinheit [1/LE], also zum Beispiel 1/cm oder 1/inch.

Viele Formeln sind der Übersichtlichkeit halber mit Bruchstrichen notiert. Einfache technisch-wissenschaftliche Taschenrechner erlauben allerdings keine Eingabe von Bruchstrichen. Ausdrücke im Nenner sowie alle Summen und Differenzen sind dann so zu behandeln, als stünden sie in Klammern:

$$\frac{28 \cdot 539}{24 \cdot 36} = 28 \cdot 539 : (24 \cdot 36) \qquad \frac{748 + 392 - 583}{24 + 36} = (748 + 392 - 583) : (24 + 36)$$

Ausdrücke unter Wurzelzeichen sind ebenfalls so zu behandeln, als seien sie eingeklammert.

Lohnt es sich, alle (oder zumindest die wichtigsten) Formeln auswendig zu lernen? Das hängt auch davon ab, wie leicht oder schwer es Ihnen fällt, Formeln im Gedächtnis zu behalten. Als Alternative bietet sich an, Lösungswege bei Bedarf schrittweise „zusammenzubasteln“. Voraussetzungen dafür sind natürlich mathematisches Grundwissen und vor allem berufliche Fachkenntnisse – Sie müssen wissen, worum es in der Berechnung geht.

Beispiel: Errechnen Sie die Datenmenge (in Kilobyte) eines 800 × 600 Pixel großen RGB-Bilds mit der Datentiefe 24 Bit.

Aus wie viel Pixeln besteht das Bild? Breite mal Höhe: $800 \cdot 600 = 480\,000$

Datenmenge in Bit = Pixel mal Datentiefe: $480\,000 \cdot 24 \text{ bit} = 11\,520\,000 \text{ bit}$

Datenmenge in Byte (= 8 bit): $11\,520\,000 \text{ bit} : 8 \text{ bit/Byte} = 1\,440\,000 \text{ Byte}$

Datenmenge in kB (= 1000 Byte): $1\,440\,000 \text{ Byte} : 1000 \text{ Byte/kB} = 1440 \text{ kB}$

Goldener Schnitt

Beim goldenen Schnitt bilden kürzere Strecke (Minor) und längere Strecke (Major) das Verhältnis $1 : 1,618\ 033\ 988\ 749\ \dots \approx 1 : 1,618$.

Längere Strecke (Major) und Summe beider Strecken (Major + Minor) bilden dasselbe Verhältnis.

$$(Major + Minor) : Major = Major : Minor \approx 1,618$$

► **Minor** \approx Major : 1,618

Beispiel: Hochformatige Seite, Höhe (= Major) 200 mm

$$Breite = Minor \approx 200\text{ mm} : 1,618 \approx 123,6\text{ mm}$$

► **Major** \approx Minor \cdot 1,618

Beispiel: Hochformatiges Bild, Breite (= Minor) 180 pt

$$Höhe = Major \approx 180\text{ pt} \cdot 1,618 \approx 291,2\text{ pt}$$

► **Major** \approx (Major + Minor) : 1,618

► **Minor** \approx (Major + Minor) : 2,618

Beispiel: Die Breite (= Major + Minor) 240 mm soll im Verhältnis des goldenen Schnitts aufgeteilt werden.

$$Major \approx 240\text{ mm} : 1,618 \approx 148,3\text{ mm}$$

$$Minor \approx 240\text{ mm} : 2,618 \approx 91,7\text{ mm}$$

oder: $Minor \approx 148,3\text{ mm} : 1,618 \approx 91,7\text{ mm}$

oder: $Minor \approx 240\text{ mm} - 148,3\text{ mm} = 91,7\text{ mm}$

Skalieren ohne Resampling

Beim Skalieren digitaler Bilder ohne Resampling (Pixelinterpolation, Pixelneuberechnung) bleiben Anzahl der Pixel und Datenmenge unverändert. Seitenlänge des Bilds (Breite oder Höhe in Längeneinheiten, z. B. Millimeter, Zentimeter, Point) und Pixelfrequenz sind antiproportional.

$$\text{Seitenlänge}_{\text{NEU}} \cdot \text{Pixelfrequenz}_{\text{NEU}} = \text{Seitenlänge}_{\text{ALT}} \cdot \text{Pixelfrequenz}_{\text{ALT}}$$

$$\blacktriangleright \text{Pixelfrequenz}_{\text{NEU}} = \frac{\text{Pixelfrequenz}_{\text{ALT}} \cdot \text{Seitenlänge}_{\text{ALT}} [\text{LE}]}{\text{Seitenlänge}_{\text{NEU}} [\text{LE}]}$$

Beispiel: Ein 150 mm hohes Bild hat die Pixelfrequenz 240/cm. Welche Pixelfrequenz ergibt sich beim Skalieren ohne Resampling auf 250 mm?

$$\frac{240/\text{cm} \cdot 150 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 144/\text{cm}$$

$$\blacktriangleright \text{Pixelfrequenz}_{\text{NEU}} = \frac{\text{Pixelfrequenz}_{\text{ALT}} \cdot 100 \%}{\text{Maßstab} [\%]}$$

$$\blacktriangleright \text{Pixelfrequenz}_{\text{NEU}} = \frac{\text{Pixelfrequenz}_{\text{ALT}}}{\text{Maßstab}}$$

Beispiel: Ein Bild mit der Pixelfrequenz 300/inch wird ohne Resampling im Maßstab 80 % / 0,8 / 1 : 1,25 skaliert. Welche Pixelfrequenz ergibt sich?

$$\frac{300/\text{inch} \cdot 100 \%}{80 \%} = 375/\text{inch} \quad \frac{300/\text{inch}}{0,8} = 375/\text{inch} \quad \frac{300/\text{inch}}{1:1,25} = 375/\text{inch}$$

$$\blacktriangleright \text{Seitenlänge}_{\text{NEU}} [\text{LE}] = \frac{\text{Seitenlänge}_{\text{ALT}} [\text{LE}] \cdot \text{Pixelfrequenz}_{\text{ALT}}}{\text{Pixelfrequenz}_{\text{NEU}}}$$

Beispiel: Ein 240 mm breites Bild hat die Pixelfrequenz 72/inch. Welche Breite ergibt sich ohne Resampling bei der Pixelfrequenz 300/inch?

$$\frac{240 \text{ mm} \cdot 72/\text{inch}}{300/\text{inch}} = 57,6 \text{ mm}$$

Datenrate, Datenmenge Audio

Mit den Formeln auf dieser Seite werden Datenmenge und -rate unkomprimierter Audiodaten berechnet; zur Datenkompression vgl. Seite 21f.

Die Datentiefe wird bei Audio-Daten auch (Signal-)Auflösung genannt.

Die Sampling-Frequenz wird entweder in Hertz (Hz = 1/s) oder in Kilohertz (kHz = 1000 Hz = 1000/s) angegeben.

Die Datenrate wird in Kilobit pro Sekunde angegeben.

$$\blacktriangleright \text{Datenrate [kbit/s]} = \frac{\text{Sampling-Frequenz [Hz]} \cdot \text{Datentiefe/Kanal [bit]} \cdot \text{Kanäle}}{1000 [\text{bit/kbit}]}$$

$$\blacktriangleright \text{Datenrate [kbit/s]} = \frac{\text{Sampling-Frequenz [kHz]} \cdot 1000 [\text{Hz/kHz}] \cdot \text{Datentiefe/Kanal [bit]} \cdot \text{Kanäle}}{1000 [\text{bit/kbit}]}$$

Beispiel: Datenrate einer Audio-Aufzeichnung, Sampling-Frequenz 44100 Hz / 44,1 kHz, Datentiefe 16 Bit pro Kanal, zwei Kanäle

$$\frac{44100 \text{ Hz} \cdot 16 \text{ bit} \cdot 2}{1000 [\text{bit/kbit}]} \approx 1411 \text{ kbit/s}$$

$$\frac{44,1 \text{ kHz} \cdot 1000 \text{ Hz/kHz} \cdot 16 \text{ bit} \cdot 2}{1000 [\text{bit/kbit}]} \approx 1411 \text{ kbit/s}$$

$$\blacktriangleright \text{Datenmenge [MB]} = \frac{\text{Sampling-Frequenz [Hz]} \cdot \text{Datentiefe/Kanal [bit]} \cdot \text{Kanäle} \cdot \text{Zeit [s]}}{8 [\text{bit/Byte}] \cdot 1000^2 [\text{Byte/MB}]}$$

$$\blacktriangleright \text{Datenmenge [MB]} = \frac{\text{Sampling-Frequenz [kHz]} \cdot 1000 [\text{Hz/kHz}] \cdot \text{Datentiefe/Kanal [bit]} \cdot \text{Kanäle} \cdot \text{Zeit [s]}}{8 [\text{bit/Byte}] \cdot 1000^2 [\text{Byte/MB}]}$$

Zur Berechnung der Datenmenge in Megabyte wird in diesen Formeln der Teiler $1000^2 = 1000000$ [Byte/MB] durch $1024^2 = 1048576$ [Byte/MiB] ersetzt.

Beispiel: Datenmenge eines 180 s langen Stücks Musik, Sampling-Frequenz 44100 Hz / 44,1 kHz, 16 Bit/Kanal, zwei Kanäle

$$\frac{44100 \text{ Hz} \cdot 16 \text{ bit} \cdot 2 \cdot 180 \text{ s}}{8 [\text{bit/Byte}] \cdot 1000^2 [\text{Byte/MB}]} \approx 31,8 \text{ MB}$$

$$\frac{44,1 \text{ kHz} \cdot 1000 \text{ Hz/kHz} \cdot 16 \text{ bit} \cdot 2 \cdot 180 \text{ s}}{8 [\text{bit/Byte}] \cdot 1000^2 [\text{Byte/MB}]} \approx 31,8 \text{ MB}$$

Rastertonwert im Druck, Tonwertzunahme

Der optisch wirksame Rastertonwert im Druck wird mit der **Murray-Davies-Formel** ermittelt.

$$\blacktriangleright \text{Rastertonwert [\%]} = \frac{1 - \text{Reflexionsfaktor}_{\text{Raster}}}{1 - \text{Reflexionsfaktor}_{\text{Vollton}}} \cdot 100 \%$$

$$\blacktriangleright \text{Rastertonwert [\%]} = \frac{100 \% - \text{Reflexionsfaktor}_{\text{Raster}} [\%]}{100 \% - \text{Reflexionsfaktor}_{\text{Vollton}} [\%]} \cdot 100 \%$$

Beispiel: Reflexionsfaktor im Raster 0,25 / 25 %, im Vollton 0,025 / 2,5 %

$$\frac{1 - 0,25}{1 - 0,025} \cdot 100 \% \approx 76,9 \%$$

$$\frac{100 \% - 25 \%}{100 \% - 2,5 \%} \cdot 100 \% \approx 76,9 \%$$

Die beiden folgenden Formeln führen zu gleichen Ergebnissen; nur die Schreibweisen sind unterschiedlich.

$$\blacktriangleright \text{Rastertonwert [\%]} = \frac{1 - \frac{1}{10^{D_{\text{Raster}}}}}{1 - \frac{1}{10^{D_{\text{Vollton}}}}} \cdot 100 \%$$

$$\blacktriangleright \text{Rastertonwert [\%]} = \frac{1 - 10^{-D_{\text{Raster}}}}{1 - 10^{-D_{\text{Vollton}}}} \cdot 100 \%$$

Beispiel: Dichte im Raster 0.60, Dichte im Vollton 1.60

$$\frac{1 - \frac{1}{10^{0.60}}}{1 - \frac{1}{10^{1.60}}} \cdot 100 \% \approx 76,8 \%$$

$$\frac{1 - 10^{-0.60}}{1 - 10^{-1.60}} \cdot 100 \% \approx 76,8 \%$$

$$\blacktriangleright \text{Tonwertzunahme [\%]} = \text{Rastertonwert}_{\text{Druck}} [\%] - \text{Rastertonwert}_{\text{Daten}} [\%]$$

Beispiel: Rastertonwert in den Bilddaten 40 %, im Druck 56 %

$$56 \% - 40 \% = 16 \%$$

Belichtungszeit und Blende

Belichtungszeitenreihe mit ganzen Stufen, gerundete Werte in Sekunden:

... 1 1/2 1/4 1/8 1/15 1/30 1/60 1/125 1/250 1/500 1/1000 ...

Blendenreihe mit ganzen Stufen, gerundete Werte:

... 1 1,4 2 2,8 4 5,6 8 11 16 22 32 ...

Jede Veränderung von Belichtungszeit oder Blende um eine bestimmte Anzahl von Stufen wird kompensiert, indem der jeweils andere Wert um die gleiche Stufenzahl in entgegengesetzter Richtung verändert wird.

Beispiele: Belichtungszeit 1/60 s, Blende 8

Blende 16 (2 Stufen nach rechts) – Belichtungszeit 1/15 s (2 Stufen nach links)

Belichtungszeit 1/500 s (3 Stufen nach rechts) – Blende 2,8 (3 Stufen nach links)

➤ $Belichtungszeit_{NEU} = Belichtungszeit_{ALT} \cdot (Blende_{NEU} : Blende_{ALT})^2$

➤ $Blende_{NEU} = Blende_{ALT} \cdot \sqrt{Belichtungszeit_{NEU} : Belichtungszeit_{ALT}}$

Beispiele: Belichtungszeit 1/60 s, Blende 8

Belichtungszeit bei Blende 16: $1/60 \text{ s} \cdot (16 : 8)^2 = 1/15 \text{ s}$

Blende bei Belichtungszeit 1/500 s: $8 \cdot \sqrt{1/500 \text{ s} : 1/60 \text{ s}} \approx 2,771 \approx 2,8$

Beim Rechnen mit praxisüblich gerundeten Blendenzahlen und Belichtungszeiten kann es zu „krummen“ Ergebnissen kommen, die bei Bedarf auf praxisübliche „glatte“ Werte gerundet werden können.

In den Beispielen auf dieser und der folgenden Seite werden der Anschaulichkeit halber nur ganze Stufen der Belichtungszeiten-, Blenden- und Empfindlichkeitsreihe verwendet. Beim Rechnen mit den Formeln sind beliebige Zwischenstufen möglich.

Papierdicke, Volumen

Das spezifische Volumen ist Kehrwert der physikalischen Dichte, hat also die Einheit m^3/kg oder eine daraus abgeleitete Einheit. In der Praxis wird das spezifische Volumen kurz „Volumen“ genannt und als reine Verhältniszahl behandelt. Es gibt an, wievielfach so groß die Papierdicke in Mikrometern gegenüber der Flächenmasse in Gramm pro Quadratmeter ist.

► **Papierdicke** [μm] $\hat{=}$ $\text{Flächenmasse} [\text{g}/\text{m}^2] \cdot \text{Volumen}$

► **Papierdicke** [mm] $\hat{=}$ $\frac{\text{Flächenmasse} [\text{g}/\text{m}^2] \cdot \text{Volumen}}{1000}$

Beispiel: Flächenmasse $80 \text{ g}/\text{m}^2$, Volumen 1,5

$$80 \text{ g}/\text{m}^2 \cdot 1,5 \hat{=} 120 \mu\text{m} \qquad \frac{80 \text{ g}/\text{m}^2 \cdot 1,5}{1000} \hat{=} 0,12 \text{ mm}$$

► **Volumen** $\hat{=}$ $\frac{\text{Papierdicke} [\mu\text{m}]}{\text{Flächenmasse} [\text{g}/\text{m}^2]}$ **Volumen** $\hat{=}$ $\frac{\text{Papierdicke} [\text{mm}] \cdot 1000}{\text{Flächenmasse} [\text{g}/\text{m}^2]}$

Beispiel: Flächenmasse $120 \text{ g}/\text{m}^2$, Papierdicke $210 \mu\text{m}$ / $0,21 \text{ mm}$

$$\frac{210 \mu\text{m}}{120 \text{ g}/\text{m}^2} \hat{=} 1,75 \qquad \frac{0,21 \text{ mm} \cdot 1000}{120 \text{ g}/\text{m}^2} \hat{=} 1,75$$

► **Stapelhöhe** = $\text{Papierdicke} \cdot \text{Anzahl Bogen}$

Beispiel: Stapel mit 2500 Bogen, Papierdicke $0,24 \text{ mm}$

$$0,24 \text{ mm} \cdot 2500 = 600 \text{ mm}$$

► **Buchblockdicke** = $\text{Papierdicke} \cdot \text{Anzahl Seiten} : 2$

Beispiel: Buchblock mit 320 Seiten, Papierdicke $0,16 \text{ mm}$

$$0,16 \text{ mm} \cdot 320 : 2 = 25,6 \text{ mm}$$

Beschäftigungs- und Nutzungsgrad

Für **Beschäftigungsgrad** und **Nutzungsgrad** werden meist die Symbole B° und N° verwendet. **Arbeitsplatzkapazität** ist die kalendermäßig mögliche Jahresarbeitszeit (Kalendertage abzüglich arbeitsfreie Samstage, Sonntage und Feiertage) bei einschichtigen Betrieb bei tariflicher, gesetzlicher oder betriebsüblicher Normalarbeitszeit. Der B° ist immer auf die Kapazität pro Schicht bezogen, auch wenn in zwei oder drei Schichten gearbeitet wird.

$$\blacktriangleright B^\circ [\%] = \frac{(\text{Fertigungszeit [h]} + \text{Hilfszeit [h]}) \cdot 100\%}{\text{Arbeitsplatzkapazität [h]}}$$

$$\blacktriangleright N^\circ [\%] = \frac{\text{Fertigungszeit [h]} \cdot 100\%}{\text{Fertigungszeit [h]} + \text{Hilfszeit [h]}}$$

Beispiel: Arbeitsplatzkapazität 2000 Stunden, Fertigungszeit 1413 Stunden, Hilfszeit 247 Stunden

$$B^\circ = \frac{(1413 \text{ h} + 247 \text{ h}) \cdot 100\%}{2000 \text{ h}} = 83,0\% \quad N^\circ = \frac{1413 \text{ h} \cdot 100\%}{1413 \text{ h} + 247 \text{ h}} \approx 85,1\%$$

$$\blacktriangleright \text{Fertigungszeit [h]} + \text{Hilfszeit [h]} = \frac{\text{Arbeitsplatzkapazität [h]} \cdot B^\circ [\%]}{100\%}$$

$$\blacktriangleright \text{Fertigungszeit [h]} = \frac{(\text{Fertigungszeit [h]} + \text{Hilfszeit [h]}) \cdot N^\circ [\%]}{100\%}$$

$$\blacktriangleright \text{Fertigungszeit [h]} = \frac{\text{Arbeitsplatzkapazität [h]} \cdot B^\circ [\%] \cdot N^\circ [\%]}{100\% \cdot 100\%}$$

Beispiel: $B^\circ = 83,0\%$, $N^\circ = 85,1\%$, Arbeitsplatzkapazität 2000 Stunden

$$\text{Fertigungszeit} + \text{Hilfszeit} = \frac{2000 \text{ h} \cdot 83,0\%}{100\%} = 1660 \text{ h}$$

$$\text{Fertigungszeit} = \frac{1660 \text{ h} \cdot 85,1\%}{100\%} \approx 1413 \text{ h}$$

$$\text{Fertigungszeit} = \frac{2000 \text{ h} \cdot 83,0\% \cdot 85,1\%}{100\% \cdot 100\%} \approx 1413 \text{ h}$$