Ulrich Paasch

MatheMedien

Fachbezogene Mathematik
Mediengestaltung
Medientechnologie Druck
Fotografie

Siebte Auflage

tredition®

Website zum Buch:
www.mathemedien.de

Siebte Auflage, 2018

Verlag und Druck: tredition GmbH, Halenreie 40–44, 22359 Hamburg

ISBN 978-3-7469-6105-7 (Paperback)
ISBN 978-3-7469-6106-4 (Hardcover)

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek:
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie. Detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
https://portal.dnb.de abrufbar.

2 Typografie und Layout

2.1 Typografische Längeneinheiten

2.1.1 PostScript, Pica und Didot

Schriftgrößen, Zeilenabstände und andere vertikale oder horizontale Ausdehnungen werden in der typografischen Praxis oft in typografischen, nichtmetrischen Längeneinheiten angegeben.

Das heute wichtigste, ganz überwiegend verwendete typografische Einheitensystem stammt aus der Seitenbeschreibungssprache PostScript. Die Einheit Point (pt) entsteht durch nichtdezimale Teilung des Inch: 1 pt= $^1/_{72}$ inch ≈ 0,353 mm. Point-Bruchteile werden meist als Dezimale angegeben, selten in der Einheit twip (*twentieth point*; 1 pt = 20 twip). Die größere Einheit Pica (P) ist nichtdezimales Vielfaches des Point: 1 P = 12 pt ≈ 4,233 mm.

Um Verwechslungen mit anderen typografischen Längeneinheiten zu vermeiden, die gleiche oder ähnliche Namen tragen, wird der Point im PostScript System auch PS-Point, DTP-Point oder Big Point genannt.

Die Einheiten des PS-Systems ähneln denen des älteren amerikanischen Pica-Systems, sind aber nicht identisch. Der Point im Pica-System (Printer's Point) ist etwas kleiner als der PS-Point: 1 pt = $^{0{,}966}/_{72}$ inch ≈ 0,351 mm.

Die Einheit Punkt (p) des Didot-Systems (deutsch-französisches Normalsystem) ist etwas größer als der PostScript-Point. DIN 16 507-1 nennt das historische Maß 0,376 065 mm, das mit drei Nachkommastellen angegebene exakte Maß 0,376 mm und das gerundete Maß 0,375 mm. Das Zwölffache des Punkts heißt Cicero (c), exaktes Maß 4,513 mm, gerundet 4,500 mm.

Tabelle 2-1: Typografische Einheitensysteme

System	Einheiten	Umwandlung
PostScript (DTP-Point, Big Point)	Point (pt) Pica (P)	12 pt = 1 P 1 pt = $^1/_{72}$ inch = $^{25{,}4}/_{72}$ mm ≈ 0,353 mm 1 P = $^1/_6$ inch = $^{25{,}4}/_6$ mm ≈ 4,233 mm
Pica (Printer's Point)	Point (pt) Pica (P)	12 pt = 1 P 1 pt = $^{0{,}996}/_{72}$ inch ≈ $^{25{,}3}/_{72}$ mm ≈ 0,351 mm 1 P = $^{0{,}996}/_6$ inch ≈ $^{25{,}3}/_6$ mm ≈ 4,217 mm
Didot (deutsch-franz. Normalsystem)	Punkt (p) Cicero (c)	12 p = 1 c 1 p = 0,376 mm 1 c = 4,513 mm (exakt) 1 p ≈ 0,375 mm 1 c ≈ 4,500 mm (gerundet)

2.1.2 Umwandlung Point – Pica

Bei der Umwandlung von Pica in Point wird mit dem Faktor 12 gerechnet; in Point angegebene Pica-Bruchteile sind ggf. zu addieren.

Beispiel 2-1: Umwandlung von 16 Pica in Point

$$16\,\mathrm{P} \cdot 12\,\mathrm{pt/P} = 192\,\mathrm{pt}$$

Beispiel 2-2: Umwandlung von 9 Pica 4 Point in Point

$$9\,\mathrm{P} \cdot 12\,\mathrm{pt/P} + 4\,\mathrm{pt} = 108\,\mathrm{pt} + 4\,\mathrm{pt} = 112\,\mathrm{pt}$$

Bei der Umwandlung von Point in Pica wird durch 12 dividiert. Pica-Bruchteile sind, sofern sie nicht als Nachkommastellen angegeben werden sollen, in Point auszuweisen.

Beispiel 2-3: Umwandlung von 168 Point in Pica
„Glattes“ Ergebnis:

$$168\,\mathrm{pt} : 12\,\mathrm{pt/P} = 14\,\mathrm{P}$$

Beispiel 2-4: Umwandlung von 153 Point in Pica
Ergebnis mit Nachkommastellen:

$$153\,\mathrm{pt} : 12\,\mathrm{pt/P} = 12{,}75\,\mathrm{P}$$

Umwandlung des Pica-Bruchteils in Point:

$$0{,}75\,\mathrm{P} \cdot 12\,\mathrm{pt/P} = 9\,\mathrm{pt}$$

Lösung mit Angabe des Pica-Bruchteils in Point:

$$12\,\mathrm{P}\ 9\,\mathrm{pt}$$

2.1.3 Umwandlung PostScript-Point – Millimeter

Bei der Umwandlung von PostScript-Point und -Pica in Millimeter besteht das Problem der „krummen“ Umwandlungsfaktoren. Rechnen mit den auf drei Nachkommastellen gerundeten Werten $1\,\mathrm{pt} \approx 0{,}353\,\mathrm{mm}$ und $1\,\mathrm{P} \approx 4{,}233\,\mathrm{mm}$ führt insbesondere bei längeren Strecken zu kleinen Ungenauigkeiten. Wenn hohe Genauigkeit gefordert ist, sollte mit $1\,\mathrm{pt} = {}^{25,4}/_{72}\,\mathrm{mm}$ bzw. $1\,\mathrm{P} = {}^{25,4}/_{6}\,\mathrm{mm}$ gerechnet werden.

Beispiel 2-5: Umwandlung von 460 pt in Millimeter
Mit kleiner Ungenauigkeit:

$$460\,\mathrm{pt} \cdot 0{,}353\,\mathrm{mm/pt} = 162{,}380\,\mathrm{mm} \approx 162{,}4\,\mathrm{mm}$$

Genauer:

$$460\,\mathrm{pt} \cdot {}^{25,4}/_{72}\,\mathrm{mm/pt} \approx 162{,}278\,\mathrm{mm} \approx 162{,}3\,\mathrm{mm}$$

Beispiel 2-6: Umwandlung von 64 P 8 pt in Millimeter

$$\begin{aligned}64\,\mathrm{P} \cdot 4{,}233\,\mathrm{mm/P} + 8\,\mathrm{pt} \cdot 0{,}353\,\mathrm{mm/pt} &= 270{,}912\,\mathrm{mm} + 2{,}824\,\mathrm{mm}\\ &= 273{,}736\,\mathrm{mm} \approx 273{,}7\,\mathrm{mm}\\ 64\,\mathrm{P} \cdot {}^{25,4}/_{6}\,\mathrm{mm/P} + 8\,\mathrm{pt} \cdot {}^{25,4}/_{72}\,\mathrm{mm/pt} &\approx 270{,}933\,\mathrm{mm} + 2{,}822\,\mathrm{mm}\\ &= 273{,}755\,\mathrm{mm} \approx 273{,}8\,\mathrm{mm}\end{aligned}$$

Das Problem der „krummen“ Umwandlungszahlen tritt natürlich auch bei der umgekehrten Umwandlung von Millimeter in Point oder Pica auf.

Beispiel 2-7: Umwandlung von 105 mm in Point
Mit kleiner Ungenauigkeit:

$105\,\text{mm} : 0{,}353\,\text{mm/pt} \approx 297{,}450 \approx 297{,}5\,\text{pt}$

Genauer:

$105\,\text{mm} : {}^{25{,}4}/_{72}\,\text{mm/pt} \approx 297{,}638\,\text{pt} \approx 297{,}6\,\text{pt}$

Beispiel 2-8: Umwandlung von 105 mm in Pica, Pica-Bruchteil in Point
Mit kleiner Ungenauigkeit:

$105\,\text{mm} : 4{,}233\,\text{mm/P} \approx 24{,}8051\,\text{P}$

Umwandlung des Pica-Bruchteils in Point:

$0{,}8051\,\text{P} \cdot 12\,\text{pt/P} \approx 9{,}7\,\text{pt}$

Lösung also: 24 P 9,7 pt

Genauer:

$105\,\text{mm} : {}^{25{,}4}/_{6}\,\text{mm/P} \approx 24{,}8032\,\text{P}$

$0{,}8032\,\text{P} \cdot 12\,\text{pt/P} \approx 9{,}6\,\text{pt}$ Lösung: 24 P 9,6 pt

2.1.4 Geviert

Neben absoluten Einheiten wie Point und Pica wird in der Typografie die relative Einheit Geviert verwendet, insbesondere bei horizontalen Ausdehnungen wie Einzug, Dickte, Unterschneidung oder Spationierung. Das Geviert ist ein (fiktives) Quadrat, dessen Seitenlänge der Schriftgröße entspricht. Die englischen Bezeichnungen *em quad* und *en quad* bezogen sich ursprünglich auf die Breiten von Versal-M und kleinem n; heute stehen sie, ebenso wie die daraus entstandenen Einheitensymbole em und en, für Geviert und Halbgeviert.

Beispiel 2-9: Einzug von Kapitelüberschriften um 3 em, Schriftgröße 10,5 pt
Einzug in pt:

$3\,\text{em} \cdot 10{,}5\,\text{pt/em} = 31{,}5\,\text{pt}$

Geviertbruchteile werden oft als gemeine Brüche angegeben, also zum Beispiel Halb-,Viertel- oder Achtelgeviert. Layout- und Grafikprogramme unterteilen das Geviert sehr fein, zum Beispiel in Tausendstel (Adobe InDesign) oder Zweihundertstel (QuarkXPress). Beim Webdesign mit HTML und CSS können Maße für HTML-Elemente in em angegeben werden. Bei Breiten, Höhen oder Abständen bezieht sich die Einheit em auf die Schriftgröße im jeweiligen HTML-Element. Wird die Schriftgröße selbst in em festgelegt, bezieht sich die Einheit em auf die Schriftgröße des übergeordneten Elements.

Beispiel 2-10: CSS-Schriftgrößendeklaration 1.25 em, Schriftgröße des übergeordneten Elements 16 Pixel – Schriftgröße in Pixel?

$16\,\text{px} \cdot 1{,}25 = 20\,\text{px}$

3 Bild, Video und Audio

3.1 Maßstab und Bildgröße

3.1.1 Allgemeines

Die Begriffe Maßstab, Skalierungsfaktor oder Abbildungsverhältnis stehen für denselben Sachverhalt: In jedem Fall geht es um das Verhältnis einer neuen oder noch zu schaffenden Größe zur vorherigen oder ursprünglichen Größe.
Beim Scannen steht der Maßstab also für das Größenverhältnis von digitalisiertem Bild und Vorlage, beim Skalieren digitaler Bilder um das Verhältnis von neuer, veränderter Bildgröße zur ursprünglichen. In der Fotografie kennzeichnet er das Größenverhältnis von Abbildung auf Sensor oder Film zum aufgenommenen Objekt, in Kartografie und Modellbau das Größenverhältnis von Landkarte und Natur bzw. Modell und Original.
Der Maßstab kann auf drei Arten angegeben werden: numerisch, prozentual oder als Quotient. In der Praxis der Medienvorstufe wird normalerweise mit dem prozentualen Maßstab gearbeitet (mehr dazu in den folgenden Abschnitten).
Maßstäbe beziehen sich auf Strecken, also auf Breiten, Höhen oder andere Messstrecken. Wenn zum Beispiel von der Vergrößerung eines Bilds auf das Zweifache die Rede ist, so ist damit gemeint, dass sich die linearen Ausdehnungen verdoppeln. Dass sich die Fläche quadratisch zur Seitenlänge verändert, bei der Verdoppelung von Breite und Höhe die Fläche des Bilds also vervierfacht wird, ist im Zusammenhang mit Maßstabsberechnungen irrelevant. Beim Rechnen mit Maßstäben geht es immer um Strecken, niemals um Flächen!
Um Missverständnisse zu vermeiden, sollte immer angegeben werden, *auf* welche Größe bzw. *auf* welchen Maßstab vergrößert oder verkleinert wird. Beim Vergrößern *auf* das Zweifache (*auf* 200 %) werden Breite und Höhe verdoppelt, beim Vergrößern *um* das Zweifache (*um* 200 %) werden sie verdreifacht.
Wie überall in Mediengestaltung, Drucktechnik und Fotografie gilt natürlich auch hier, dass Formate in der Reihenfolge Breite × Höhe angegeben werden.

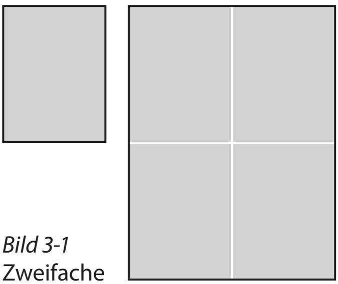

Bild 3-1
Zweifache Seitenlänge – vierfache Fläche

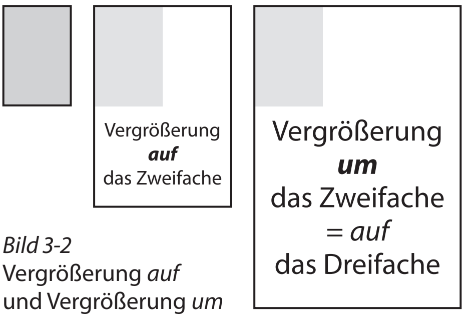

Bild 3-2
Vergrößerung *auf* und Vergrößerung *um*

3.1.2 Numerischer und prozentualer Maßstab

Der numerische Maßstab (Skalierungsfaktor) wird berechnet, indem die neue, veränderte Größe (Zielgröße, Sollgröße) durch die ursprüngliche Größe (Istgröße, Originalgröße) dividiert wird. Bei Vergrößerungen ist der Maßstab größer als 1, bei Verkleinerungen kleiner als 1. Beim Maßstab 1 ist die Größe unverändert.

Beispiel 3-1: Ein 40 mm breites Bild wird auf 168 mm vergrößert.

$m = 168\,\text{mm} : 40\,\text{mm} = 4{,}2$

Beispiel 3-2: Ein 280 mm hohes Bild wird auf 35 mm verkleinert.

$m = 35\,\text{mm} : 280\,\text{mm} = 0{,}125$

Neue und ursprüngliche Größe müssen dieselbe Einheit haben. Sollte das nicht der Fall sein, ist vor dem Berechnen des Maßstabs entsprechend umzuwandeln.

Beispiel 3-3: Eine 20 cm breite Grafik soll auf 150 mm skaliert werden.

$20\,\text{cm} = 200\,\text{mm}$	$150\,\text{mm} = 15\,\text{cm}$
$m = 150\,\text{mm} : 200\,\text{mm} = 0{,}75$	$m = 15\,\text{cm} : 20\,\text{cm} = 0{,}75$

Um die neue, veränderte Größe zu errechnen, wird die ursprüngliche Größe mit dem numerischen Maßstab multipliziert. Um von der neuen Größe auf die ursprüngliche zurückzuschließen, wird durch den Maßstab dividiert.

Beispiel 3-4: Welche neue Breite b_{neu} ergibt sich, wenn ein 160 mm breites Bild auf den Maßstab 1,45 skaliert wird?

$b_{\text{neu}} = 160\,\text{mm} \cdot 1{,}45 = 232\,\text{mm}$

Beispiel 3-5: Nach Skalieren auf den Maßstab 0,32 ist das Bild 48 mm hoch. Welche Höhe h_{alt} hatte es vor dem Skalieren?

$h_{\text{alt}} = 48\,\text{mm} : 0{,}32 = 150\,\text{mm}$

Der prozentuale Maßstab gibt an, auf welchen Prozentsatz vergrößert oder verkleinert wird. Die ursprüngliche Größe (Istgröße, Originalgröße) ist Grundwert, entspricht also 100 %. Maßstäbe über 100 % stehen für Vergrößerungen, Maßstäbe unter 100 % für Verkleinerungen. Um den numerischen Maßstab in den prozentualen umzuwandeln, wird einfach mit 100 % multipliziert; um den prozentualen Maßstab in den numerischen umzuwandeln, wird durch 100 % dividiert.
Gegenüber dem numerischen Maßstab unterscheidet sich die Berechnung nur durch den zusätzlichen Faktor bzw. Divisor 100 %. Bei möglichen Unsicherheiten hilft das Dreisatzschema.

Beispiel 3-6: Ein 40 mm breites Bild wird auf 168 mm vergrößert.

$m\,\% = 168\,\text{mm} : 40\,\text{mm} \cdot 100\,\% = 420\,\%$

Oder mit dem Dreisatzschema:

$$\begin{array}{ccc} 40\,\text{mm} & : & 100\,\% \\ \cdot & & \\ 168\,\text{mm} & = & 420\,\% \end{array}$$

Beispiel 3-7: Welche neue Breite b_{neu} ergibt sich, wenn ein 160 mm breites Bild auf den Maßstab 145 % skaliert wird?

$b_{neu} = 160\,\text{mm} \cdot 145\,\% : 100\,\% = 232\,\text{mm}$

$$\begin{array}{rcr} 100\,\% & : & 160\,\text{mm} \\ \cdot\, 145\,\% & = & 232\,\text{mm} \end{array}$$

Beispiel 3-8: Nach Skalieren auf den Maßstab 32 % ist das Bild 48 mm hoch. Welche Höhe h_{alt} hatte es vor dem Skalieren?

$h_{alt} = 48\,\text{mm} : 32\,\% \cdot 100\,\% = 150\,\text{mm}$

$$\begin{array}{rcr} 32\,\% & : & 48\,\text{mm} \\ \cdot\, 100\,\% & = & 150\,\text{mm} \end{array}$$

Rechenwege für numerischen und prozentualen Maßstab als Formeln:

F 3-1	$m = s_{neu} : s_{alt}$	***F 3-4***	$m\,\% = s_{neu} : s_{alt} \cdot 100\,\%$
F 3-2	$s_{neu} = s_{alt} \cdot m$	***F 3-5***	$s_{neu} = s_{alt} \cdot m\,\% : 100\,\%$
F 3-3	$s_{alt} = s_{neu} : m$	***F 3-6***	$s_{alt} = s_{neu} : m\,\% \cdot 100\,\%$

m Maßstab (Skalierungsfaktor, Abbildungsverhältnis)
s_{alt} s_{neu} ursprüngliche, neue Seitenlänge (Breite oder Höhe)

3.1.3 Maßstab als Quotient

In der Schreibweise als Quotient besteht der Maßstab immer aus einer 1 und einer Zahl, die größer als 1 ist. Bei Vergrößerungen wird er in der Form $x:1$ notiert (zum Beispiel 5 : 1), bei Verkleinerungen in der Form $1:x$ (zum Beispiel 1 : 5). Die Angabe 1 : 1 steht für unveränderte Größe.
Maßstabsquotienten werden oft wie Fußballergebnisse gesprochen: „Fünf zu Eins“ oder „Eins zu Fünf“. Die rechnerische Bedeutung wird klarer, wenn die Maßstabsangabe als Quotient und der Doppelpunkt als Divisionszeichen verstanden wird. Es handelt sich offensichtlich nur um eine abgewandelte Schreibweise des numerischen Maßstabs; statt 5 : 1 kann der numerische Maßstab 5, statt 1 : 5 der numerische Maßstab ⅕ = 0,2 angegeben werden.

Beispiel 3-9: Ein 40 mm breites Bild wird auf 168 mm vergrößert.
Zielgröße und Istgröße werden wie bei der Berechnung des numerischen Maßstabs notiert, also Zielgröße geteilt durch Istgröße.

$m = 168\,\text{mm} : 40\,\text{mm}$

Der Quotient wird durch den kleineren der beiden Werte gekürzt; Dividend und Divisor werden hier also durch die Istgröße 40 mm geteilt.

$m = (168\,\text{mm} : 40\,\text{mm}) : (40\,\text{mm} : 40\,\text{mm}) = 4{,}2 : 1$

Beispiel 3-10: Ein 280 mm hohes Bild wird auf 35 mm verkleinert.

$m = 35\,\text{mm} : 280\,\text{mm}$

Kürzen durch den kleineren Wert, hier also durch 35 mm:

$m = (35\,\text{mm} : 35\,\text{mm}) : (280\,\text{mm} : 35\,\text{mm}) = 1 : 8$

4 Datenübertragung und Datenausgabe

4.1 Datenübertragung

4.1.1 Übertragungsrate und Übertragungszeit

Die Datenübertragungsrate, also die pro Zeiteinheit übertragene Datenmenge, wird in Bit pro Sekunde (bit/s) oder einem dezimalen Vielfachen – Kilobit pro Sekunde (kbit/s), Megabit pro Sekunde (Mbit/s) – angegeben.
Die zur Übertragung einer bestimmten Datenmenge benötigte Zeit ergibt sich, indem die Datenmenge durch die Übertragungsrate dividiert wird. Dabei ist natürlich darauf zu achten, dass die Einheiten von Datenmenge und Übertragungsrate einander entsprechen, also zum Beispiel Bit und Bit pro Sekunde, Kilobit und Kilobit pro Sekunde. Wenn das nicht der Fall ist, muss vor der Division entsprechend umgewandelt werden.

Beispiel 4-1: Datenmenge 150 Mebibyte, Datenübertragungsrate 16 000 kbit/s
Umwandlung der Datenübertragungsrate in Bit pro Sekunde (1 kbit = 1000 bit):

$16\,000\ \text{kbit/s} \cdot 1000\ \text{bit/kbit} = 16\,000\,000\ \text{bit/s}$

Umwandlung der Datenmenge in Bit (1 MiB = 1024^2 Byte, 1 Byte = 8 bit):

$150\ \text{MiB} \cdot 1024^2\ \text{Byte/MiB} \cdot 8\ \text{bit/Byte} = 1\,258\,291\,200\ \text{bit}$

Übertragungszeit:

$1\,258\,291\,200\ \text{bit} : 16\,000\,000\ \text{bit/s} \approx 78{,}6\ \text{s}$

Alternativ kann die Datenmenge in Kilobit umgewandelt und dann durch die Übertragungsrate in Kilobit pro Sekunde dividiert werden.

$150\ \text{MiB} \cdot 1024^2\ \text{Byte/MiB} \cdot 8\ \text{bit/Byte} : 1000\ \text{bit/kbit} = 1\,258\,291{,}2\ \text{kbit}$

$1\,258\,291{,}2\ \text{kbit} : 16\,000\ \text{kbit/s} \approx 78{,}6\ \text{s}$

Die effektive Geschwindigkeit, mit der Nutzdaten vom Sender zum Empfänger übertragen werden, ist geringer als die Übertragungsrate. Das liegt u. a. an mitgesendeten Adressierungs- und Steuerdaten, nicht vollständig genutzten Paketgrößen und Verzögerungen aufgrund hoher Server- oder Leitungsbelastung. Auch die Datenübertragungsrate selbst kann bereits geringer sein als die nominelle, zum Beispiel vom Internet-Service-Provider angegebene.
Die effektive Geschwindigkeit der Nutzdatenübertragung ist vorab nicht bekannt, sondern kann nur aufgrund von Erfahrungswerten geschätzt werden.

Beispiel 4-2: Datenmenge 150 MiB; die effektive Geschwindigkeit der Nutzdatenübertragung beträgt schätzungsweise 80 % der nominellen Datenübertragungsrate von 16 000 kbit/s.
Geschätzte Übertragungsgeschwindigkeit:

$16\,000\ \text{kbit/s} : 100\,\% \cdot 80\,\% = 12\,800\ \text{kbit/s}$

Weiter wie in Beispiel 4-1:

$1\,258\,291{,}2\ \text{kbit} : 12\,800\ \text{kbit/s} \approx 98{,}3\ \text{s}$

Anstatt die Übertragungsrate rechnerisch zu verringern, kann umgekehrt die Übertragungszeit rechnerisch verlängert werden.

Beispiel 4-3: Datenmenge 150 MiB, nominelle Datenübertragungsrate 16 000 kbit/s; die Nutzdatenübertragung dauert erfahrungsgemäß um etwa 25 % länger als anhand der nominellen Übertragungsrate berechnet.
Die Übertragungsdauer bei Berechnung mit nomineller Übertragungsrate beträgt 78,6 s (Beispiel 4-1). Geschätzte Dauer der Datenübertragung:

$$78{,}6\,\text{s} : 100\,\% \cdot 125\,\% \approx 98{,}3\,\text{s}$$

Wenn die Übertragungszeit für eine bestimmte Nutzdatenmenge bekannt ist, kann die effektive Übertragungsgeschwindigkeit ausgerechnet werden.

Beispiel 4-4: Die Übertragung von 180 MiB Nutzdaten dauerte 145 Sekunden.
Umwandlung der Nutzdatenmenge in Kilobit:

$$180\,\text{MiB} \cdot 1024^2\,\text{Byte/MiB} \cdot 8\,\text{bit/Byte} : 1000\,\text{bit/kbit} = 1\,509\,949{,}44\,\text{kbit}$$

Division durch die Übertragungszeit ergibt effektive Übertragungsgeschwindigkeit in Bit pro Sekunde:

$$1\,509\,949{,}44\,\text{kbit} : 145\,\text{s} \approx 10\,413\,\text{kbit/s}$$

Die effektive Übertragungsgeschwindigkeit wird gelegentlich auch in Kilobyte pro Sekunde angegeben, zum Beispiel in den Downloadfenstern von Browsern. In diesem Fall muss die zu übertragende Datenmenge in Kilobyte vorliegen oder umgewandelt werden; die Umwandlung in Bit oder Kilobit entfällt.

4.1.2 Umcodierung

Bei gegebener Übertragungsgeschwindigkeit hängt die Übertragungsdauer nur von der zu übertragenden Datenmenge ab. Diese Datenmenge ist aber nicht immer identisch mit der Größe der Datei, die übertragen werden soll. Nach dem MIME-Standard werden E-Mail-Anhänge mit dem Base64-Verfahren umcodiert. Aus jeweils 6 Bit wird dabei ein Byte; die Datenmenge erhöht sich im Verhältnis 8 : 6 = 4 : 3, also um ein Drittel oder rund 33,3 %. Tatsächlich erhöht sich die Datenmenge um etwa 35 % bis 36 %, weil bei der Umcodierung zusätzliche Zeilenumbrüche eingefügt werden.

Beispiel 4-5: Upload einer 12 MiB großen Datei als E-Mail-Anhang, Erhöhung der Datenmenge um 35 % durch Base64-Umcodierung, effektive Übertragungsgeschwindigkeit 1600 kbit/s
Umwandlung von 12 Mebibyte in Kilobit:

$$12\,\text{MiB} \cdot 1024^2\,\text{Byte/MiB} \cdot 8\,\text{bit/Byte} : 1000\,\text{bit/kbit} \approx 100\,663{,}3\,\text{kbit}$$

Die Datenmenge erhöht sich auf 135 %:

$$100\,663{,}3\,\text{kbit}\,\text{kbit} : 100\,\% \cdot 135\,\% \approx 135\,895{,}5\,\text{kbit}$$

Übertragungszeit:

$$135\,895{,}5\,\text{kbit} : 1600\,\text{kbit/s} \approx 84{,}9\,\text{s}$$

5.2 Nutzen, Seiten, Druckbogen

5.2.1 Nutzen ohne Vorgabe der Nutzenstellung

Rechteckige Nutzen oder Seiten können in zwei unterschiedlichen Stellungen auf dem Druckbogen angeordnet werden: stehend oder liegend. Bei stehender Anordnung liegen die längeren Kanten in Umfangsrichtung und die kürzeren in Achsenrichtung der Druckmaschinenzylinder. Bei liegender Anordnung ist es umgekehrt.

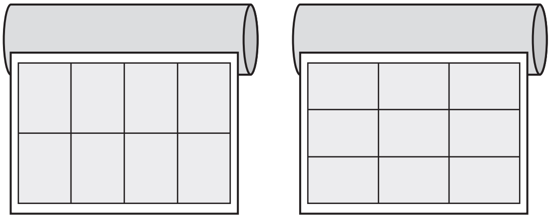

Bild 5-2
Nutzen- oder Seitenanordnung stehend (links) und liegend (rechts)

Wenn es keinen zwingenden Grund für die eine oder andere Anordnung gibt, wird natürlich die gewählt, bei der die größere Nutzenzahl auf den Bogen passt. Bei der Ermittlung der Nutzenzahl wird zweimal gerechnet und das höhere Ergebnis ausgewählt.

Beispiel 5-3: Wie viele Nutzen im Format 10 cm × 15 cm lassen sich auf einem Bogen mit dem nutzbaren Format 62 cm × 87 cm unterbringen?
Bogen- und Nutzenformat werden untereinander geschrieben. Dann werden die beiden Seitenlängen des Bogens jeweils durch die darunter stehenden Seitenlängen des Nutzens dividiert. Die Ergebnisse sind immer abzurunden, egal wie groß die Bruchteile hinter den Kommas sind. Durch Multiplikation der nebeneinander stehenden Divisionsergebnisse ergibt sich die Nutzenzahl.

62 cm		87 cm	
: 10 cm		: 15 cm	
6,2	·	5,8	$\approx 6 \cdot 5 = 30$

Die Berechnung wird mit umgekehrter Nutzenstellung wiederholt:

62 cm		87 cm	
: 15 cm		: 10 cm	
4,13	·	8,7	$\approx 4 \cdot 8 = 32$

Lösung: 32 Nutzen

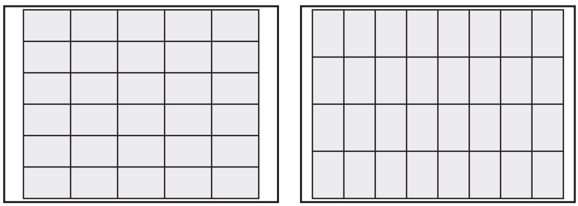

Bild 5-3
30 Nutzen liegend,
32 Nutzen stehend
(Beispiel 5-3)

Falls Bogen- und Nutzenformat in unterschiedlichen Einheiten angegeben sind, muss vor der Berechnung entsprechend umgewandelt werden.

Beispiel 5-4: Nutzenformat 80 mm × 120 mm, nutzbares Bogenformat 42 cm × 62 cm

80 mm = 8 cm
120 mm = 12 cm

42 cm		62 cm		42 cm		62 cm	
: 8 cm		: 12 cm		: 12 cm		: 8 cm	
5	·	5	= 25	3	·	7	= 21

Lösung: 25 Nutzen

5.2.2 Nutzen bei vorgegebener Laufrichtung

In vielen Fällen ist die Nutzenstellung nicht beliebig, weil sowohl Druckbogen als auch Nutzen bestimmte Laufrichtungen haben sollen. Beim mehrfarbigen Bogendruck soll die Laufrichtung des Druckbogens möglichst parallel zur Zylinderachse liegen. Beim Rollendruck liegt die Laufrichtung zwangsläufig in Umfangsrichtung, also senkrecht zu den Zylinderachsen. Die erwünschte Laufrichtung der Nutzen hängt von Weiterverarbeitung oder Verwendungszweck ab.
Die Laufrichtung oder Maschinenrichtung des Papiers entsteht durch Ausrichtung der Fasern bei der maschinellen Papierherstellung. Die Richtung quer zur Laufrichtung heißt Dehnrichtung, weil das Papier in dieser Richtung weniger dimensionsstabil ist, sich also stärker ausdehnen kann.

Voraussetzung für richtige Nutzenberechnung ist die eindeutige, unmissverständliche Angabe der Laufrichtung. Es gibt leider mehrere Arten der Laufrichtungskennzeichnung, die zwar jeweils für sich genommen eindeutig sind, bei Verwechslung aber zwangsläufig zu falschen Ergebnissen führen. In der Praxis dürften die beiden ersten der folgenden vier am häufigsten anzutreffen sein:

(1) Angabe des Begriffs Schmalbahn bzw. Breitbahn oder der Abkürzung SB bzw. BB. Bei Schmalbahn (engl. *long grain*) liegt die Laufrichtung parallel zur längeren Bogenkante, bei Breitbahn *(short grain)* parallel zur kürzeren.

(2) Typografische Auszeichnung (meist durch Unterstreichung, gelegentlich auch durch fette Schrift) der in Dehnrichtung (quer zur Laufrichtung) liegenden Maßangabe

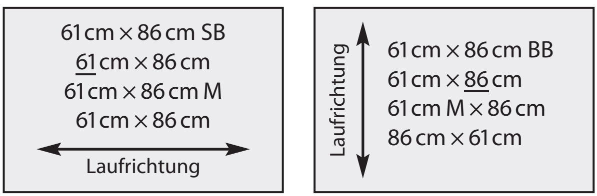

Bild 5-4
Schmalbahn- (links) und Breitbahnbogen

(3) Kennzeichnung der Laufrichtung durch den Versalbuchstaben M (Maschinenrichtung) hinter der in Laufrichtung liegenden Maßangabe

(4) Angabe der Maße in der Reihenfolge Dehnrichtung × Laufrichtung, entweder ohne zusätzliche Kennzeichnung oder kombiniert mit einer der unter (1)–(3) genannten Kennzeichnungen

Wenn die Laufrichtungen von Druckbogen und Nutzen vorgegeben sind, ist nur eine Nutzenstellung möglich und nur eine Berechnung nötig. Dehnrichtungen und Laufrichtungen von Bogen und Nutzen stehen beim Rechnen untereinander.

Beispiel 5-5: Nutzenformat 13 cm × $\underline{18}$ cm, nutzbares Bogenformat $\underline{46}$ cm × 67 cm

$$\begin{array}{lllll} & \underline{46}\,\text{cm} & & 67\,\text{cm} & \\ : & \underline{18}\,\text{cm} & & :\ 13\,\text{cm} & \\ & 2 & \cdot & 5 & = 10 \end{array}$$

Beispiel 5-6: Nutzenformat 14,8 cm × 21 cm M, Bogenformat 70 cm × 100 cm SB
70 cm × 100 cm SB ist gleichbedeutend 70 cm × 100 cm M.

$$\begin{array}{lllll} & 70\,\text{cm} & & 100\,\text{cm M} & \\ : & 14{,}8\,\text{cm} & & :\ 21\,\text{cm M} & \\ & 4 & \cdot & 4 & = 16 \end{array}$$

5.2.3 Faltblätter

Bei Faltblättern werden üblicherweise Seitenformat (geschlossenes, gefalztes Format), Anzahl der Seiten und Falzart angegeben. Bei der Nutzenberechnung ist aber vom offenen, ungefalzten Gesamtformat (Planoformat) auszugehen.

Beispiel 5-7: Zehnseitiges Faltblatt, Parallelfalz, Seitenformat 99 mm × 200 mm; wie viele Nutzen passen auf das nutzbare Bogenformat $\underline{58}$ cm × 83 cm, wenn die Falze in Laufrichtung liegen sollen?
Das Faltblatt hat 10 Seiten, jeweils 5 auf Vorder- und Rückseite. Das ungefalzte Format ist also fünfmal so breit wie die einzelne Seite.

$$99\,\text{mm} \cdot 5 = 495\,\text{mm} = 49{,}5\,\text{cm}$$

Die Falze sollen in Laufrichtung liegen; Nutzenformat also $\underline{49{,}5}$ cm × 20 cm.

$$\begin{array}{lllll} & \underline{58}\,\text{cm} & & 83\,\text{cm} & \\ : & \underline{49{,}5}\,\text{cm} & & :\ 20\,\text{cm} & \\ & 1 & \cdot & 4 & = 4 \end{array}$$

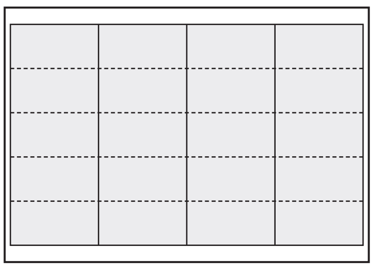

Bild 5-5
Zehnseitige Faltblätter, 4 Nutzen (Beispiel 5-7)

6 Drucktechnik

6.1 Maschinenleistung und Druckzeit

6.1.1 Zylinderdrehzahl und Druckgeschwindigkeit

Leistungen von Druckmaschinen können durch Zylinderumdrehungen pro Zeiteinheit (üblicherweise Stunde) oder als Druckgeschwindigkeit in Meter pro Zeiteinheit (meist Sekunde oder Minute) ausgewiesen werden.
Einheit der Drehzahl ist der Kehrwert einer Zeiteinheit, hier also normalerweise 1/h (Eins geteilt durch Stunde) oder, in anderer Schreibweise, h^{-1} (Stunde hoch minus Eins; vgl. auch Abschnitt 1.5.6).
Die Druckgeschwindigkeit gibt an, mit welcher Umfangsgeschwindigkeit die Zylinder der Maschine rotieren und wie schnell folglich die Druckbogen in der Maschine vorwärts bewegt werden. Bei Rollendruckmaschinen wird der entsprechende Sachverhalt meist Bahngeschwindigkeit genannt. Druck- oder Bahngeschwindigkeiten werden in Meter pro Sekunde oder Meter pro Minute (m/s, m/min) angegeben.
Um die eine Art der Leistungsangabe in die andere umzurechnen, muss der Umfang oder Durchmesser der Zylinder bekannt sein. Bei gleicher Drehzahl ist die Druckgeschwindigkeit umso höher, je größer der Zylinderumfang ist.

Beispiel 6-1: Druckgeschwindigkeit in Meter pro Sekunde bei 12 000 Umdrehungen pro Stunde, Zylinderdurchmesser 42,5 cm
Zuerst wird der Zylinderumfang in Meter ausgerechnet (Durchmesser · π).

$$0{,}425\,\text{m} \cdot \pi \approx 1{,}3352\,\text{m}$$

Die Druckgeschwindigkeit (Umfangsgeschwindigkeit der Zylinder) ergibt sich durch Multiplikation der Drehzahl mit dem Zylinderumfang.

$$12\,000/\text{h} \cdot 1{,}3352\,\text{m} \approx 16\,022{,}4\,\text{m/h}$$

Um das Ergebnis in die Einheit m/s zu bringen, wird durch 3600 dividiert.

$$16\,022{,}4\,\text{m/h} : 3600\,\text{s/h} \approx 4{,}45\,\text{m/s}$$

Umgekehrt kann die Drehzahl aus der Druck- oder Bahngeschwindigkeit errechnet werden.

Beispiel 6-2: Zylinderumdrehungen pro Stunde bei 15 m/s Bahngeschwindigkeit, Zylinderdurchmesser 30 cm
Die Bahngeschwindigkeit wird in die Einheit m/h umgewandelt.

$$15\,\text{m/s} \cdot 3600\,\text{s/h} = 54\,000\,\text{m/h}$$

Zylinderumfang:

$$0{,}3\,\text{m} \cdot \pi \approx 0{,}9425\,\text{m}$$

Die Zylinderumdrehungen pro Stunde ergeben sich durch Division der Druckgeschwindigkeit (m/h) durch den Zylinderumfang:

$$54\,000\,\text{m/h} : 0{,}9425\,\text{m} \approx 57\,294/\text{h}$$

Zu Formeln zusammengefasst, sehen die beiden Rechenwege so aus:

F 6-1 $v = U \cdot n = d \cdot \pi \cdot n$

F 6-2 $n = v : U = v : (d \cdot \pi)$

v Druck-, Bahngeschwindigkeit U Zylinderumfang
d Zylinderdurchmesser n Drehzahl
In Formel 6-2 müssen die Einheiten von v und U bzw. d einander entsprechen, also zum Beispiel m/s (oder m/min) und m.

Für die Umwandlung der Einheiten von Geschwindigkeit v und Drehzahl n gelten diese Rechenwege:

F 6-3 $v\,\mathrm{m/min} = v\,\mathrm{m/h} : 60\,\mathrm{min/h}$

F 6-4 $v\,\mathrm{m/s} = v\,\mathrm{m/h} : 3600\,\mathrm{s/h}$

F 6-5 $n\,/\mathrm{h} = n\,/\mathrm{min} \cdot 60\,\mathrm{min/h}$

F 6-6 $n\,/\mathrm{h} = n\,/\mathrm{s} \cdot 3600\,\mathrm{s/h}$

6.1.2 Maschinenleistung in Druck, Bogen, Seiten pro Stunde

Die Maschinenleistung in Druck oder Bogen pro Stunde entspricht der Drehzahl der Plattenzylinder. Sie gibt also an, wie oft das Druckbild pro Stunde von den Druckplatten auf den Bedruckstoff übertragen wird bzw. wie viele Bogen pro Stunde durch die Maschine laufen.
Die Drehzahl des Plattenzylinders ist nicht immer identisch mit der Drehzahl des Gegendruckzylinders. Einige Offset- und viele Flexodruckmaschinen haben größere Gegendruckzylinder mit zum Beispiel doppeltem oder vierfachem Umfang des Plattenzylinders. Die Drehzahl des Gegendruckzylinders entspricht dann der halben bzw. einem Viertel der Maschinenleistung in Druck oder Bogen pro Stunde.
Wenn die Leistungen von Druckmaschinen mit unterschiedlichen Formaten und Druckwerkszahlen verglichen werden sollen, kann es günstiger sein, anstelle von Druckgeschwindigkeit oder Druck pro Stunde die Anzahl der in einer Stunde gedruckten Seiten eines bestimmten Formats (zum Beispiel A4) und einer bestimmten Farbenzahl anzugeben.

Beispiel 6-3: Leistungsvergleich von Vierfarben-Druckmaschine, maximales Druckformat 62 cm × 89 cm, 15 000 Bogen pro Stunde, mit beidseitig vierfarbig druckender Schön-und-Widerdruckmaschine, maximales Druckformat 50 cm × 70 cm, 12 000 Bogen pro Stunde; Vergleichsmaßstab ist die Anzahl vierfarbig gedruckter A4-Seiten (210 mm × 297 mm) pro Stunde.
Zuerst werden die Seiten pro Bogen und Druckgang (Maschinendurchlauf) für die erste Druckmaschine berechnet (zur Vorgehensweise vgl. Abschnitt 5.2.1):

62 cm		89 cm		62 cm		89 cm	
: 21 cm		: 29,7 cm		: 29,7 cm		: 21 cm	
2	·	2	= 4	2	·	4	= **8**

Vierfarbig gedruckte A4-Seiten pro Stunde:

$8 \cdot 15\,000/\text{h} = 120\,000/\text{h}$

Für die zweite Maschine:

50 cm		70 cm			50 cm		70 cm		
: 21 cm		: 29,7 cm			: 29,7 cm		: 21 cm		
2	·	2	= **4**		1	·	3	= 3	

Die ermittelte Anzahl der Seiten wird verdoppelt, weil die Bogen in einem Druckgang beidseitig bedruckt werden:

$4 \cdot 2 = 8$

Vierfarbig gedruckte A4-Seiten pro Stunde:

$8 \cdot 12\,000/\text{h} = 96\,000/\text{h}$

6.1.3 Druckzeiten

Gesamtdruckzeit ist die Zeit, die zum Druck einer bestimmten Auflage benötigt wird. Sie setzt sich zusammen aus *Einrichtezeit* und *Fortdruckzeit*. Die Fortdruckzeit lässt sich wiederum aufschlüsseln in *reine Druckzeit* und Zeitzuschlag für Druckunterbrechungen durch Stopper, Bahnrisse, für das Reinigen der Gummitücher usw.

Die ermittelte Gesamtdruckzeit ist eine rechnerisch fundierte Prognose; Einrichtezeit und Zeitzuschlag für Unterbrechungen des Fortdrucks basieren auf Erfahrungswerten, die sich im konkreten Einzelfall als nicht ganz zutreffend erweisen können.

Beispiel 6-4: 90 000 Bogen 1/1-farbig (d. h. einfarbiger Druck auf beiden Bogenseiten), Einfarben-Druckmaschine, Maschinenleistung 15 000 Druck pro Stunde, Zeitzuschlag 15 %, Einrichtezeit 25 Minuten pro Druckgang

Da die Bogen beidseitig bedruckt werden, sind beim Druck mit der Einfarben-Druckmaschine zwei Druckgänge (Maschinendurchläufe) erforderlich. Um die *reine Druckzeit* auszurechnen, wird also die Anzahl der Bogen verdoppelt und durch die Maschinenleistung in Bogen pro Stunde dividiert:

$90\,000 \cdot 2 : 15\,000/\text{h} = 12\,\text{h}$

Durch Hinzurechnen des Zeitzuschlags ergibt sich die *Fortdruckzeit*. Die reine Druckzeit entspricht 100 %, die Fortdruckzeit entspricht 100 % + 15 % = 115 %.

$12\,\text{h} : 100\,\% \cdot 115\,\% = 13{,}8\,\text{h} = 13\,\text{h}\ 48\,\text{min}$

Um die *Gesamtdruckzeit* zu erhalten, wird schließlich die Einrichtezeit addiert. Da zwei Druckgänge erforderlich sind, ist die pro Druckgang angegebene Einrichtezeit zweifach zu berücksichtigen.

$13\,\text{h}\ 48\,\text{min} + 2 \cdot 25\,\text{min} = 13\,\text{h}\ 98\,\text{min} = 14\,\text{h}\ 38\,\text{min}$

Die Einrichtezeit kann aufgeschlüsselt werden in nur einmal pro Druckauftrag anfallende Grundeinrichtezeit, pro Druckgang anfallende Zeiten für das „Anfahren“ der Maschine sowie Zeiten für Druckplatten- und Farbwechsel.

7.2 Densitometrie I – Grundlagen

7.2.1 Transmissions- und Reflexionsfaktor

Transparente Proben (Filme, Folien, Durchsichtsvorlagen) lassen mehr oder weniger Licht durch. Ihre Lichtdurchlässigkeit wird durch den Transmissionsfaktor, auch Transmissionsgrad genannt, gekennzeichnet.
Transmissionsfaktor ist der Quotient aus durchgelassenem Lichtstrom Φ_{Probe} *(Phi)* und auftreffendem Lichtstrom Φ_0. Als Größensymbol wird der Großbuchstabe *T* oder der griechische Kleinbuchstabe τ *(tau)* verwendet. Der Transmissionsfaktor kann numerisch oder prozentual angegeben werden, also zum Beispiel 0,3 oder 30 %.

F 7-17 $T = \Phi_{Probe} : \Phi_0$ $\qquad T\,\% = \Phi_{Probe} : \Phi_0 \cdot 100\,\%$

Beispiel 7-15: Auftreffender Lichtstrom 200 lm, durchgelassener Lichtstrom 40 lm
$T = 40\,\text{lm} : 200\,\text{lm} = 0{,}2$
$T\,\% = 40\,\text{lm} : 200\,\text{lm} \cdot 100\,\% = 20\,\%$

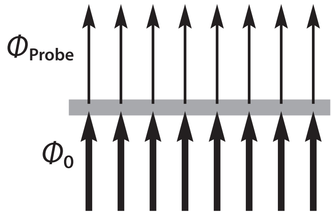

Bild 7-3
Transmissionsfaktor – auftreffender Lichtstrom Φ_0 und durchgelassener Lichtstrom Φ_{Probe}

Die entsprechende Größe zur Kennzeichnung des Reflexionsvermögens reflektierender Proben wird Reflexionsfaktor, Reflexionsgrad oder Remissionsgrad genannt, Symbol *R*, ρ *(rho)* oder β *(beta)*. Sowohl in der Praxis als auch in großen Teilen der Fachliteratur werden die Begriffe bedeutungsgleich verwendet.
Reflexionsfaktor ist das Verhältnis des in eine bestimmte Richtung reflektierten Lichtstroms zu dem Lichtstrom, der von einem vollkommen mattweißen Medium in die gleiche Richtung reflektiert wird. Das theoretische, vollkommen mattweiße Medium reflektiert den auftreffenden Lichtstrom zu 100 %; die Reflexion ist optimal diffus, das Licht wird also gleichmäßig in alle Richtungen gestreut.
Bei 0°/45°-Messgeometrie fällt das Licht in 0°-Richtung (senkrecht) auf die Probe; gemessen wird das in 45°-Richtung reflektierte Licht. Bei 45°/0°-Messgeometrie ist es umgekehrt.

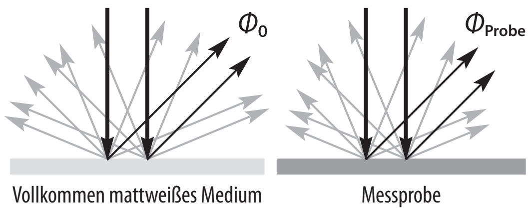

Bild 7-4
Reflexionsfaktor – von vollkommen mattweißem Medium und von Messprobe reflektierter Lichtstrom (Φ_0 und Φ_{Probe}), Messgeometrie 0°/45°

Bei der Berechnung des Reflexionsfaktors R steht Φ_0 für den Lichtstrom, den das vollkommen mattweiße Medium reflektiert. Der Rechenweg ist derselbe wie beim Transmissionsfaktor.

F 7-18 $R = \Phi_{\mathrm{Probe}} : \Phi_0$ $\quad$ $R\,\% = \Phi_{\mathrm{Probe}} : \Phi_0 \cdot 100\,\%$

Transmissions- und Reflexionsfaktor haben rechnerisch den Minimalwert 0 oder 0 % (wenn $\Phi_{\mathrm{Probe}} = 0\,\mathrm{lm}$) und den Maximalwert 1 oder 100 % (wenn $\Phi_{\mathrm{Probe}} = \Phi_0$). In der Praxis kommen diese Extremwerte aber nicht vor; Transmissions- und Reflexionsfaktoren sind also immer größer als 0 (0 %) und kleiner als 1 (100 %).

7.2.2 Dichte

Dichte (Densität, engl. *density*) ist der dekadische Logarithmus (Logarithmus zur Basis 10) des Kehrwerts des Transmissions- oder Reflexionsfaktors. Die Dichte, Symbol D, wird also ausgerechnet, indem der Kehrwert $1 : T$ bzw. $1 : R$ gebildet und das Ergebnis logarithmiert wird.

Beispiel 7-16: Transmissionsfaktor 0,2
Kehrwert des Transmissionsfaktors:

$1 : T = 1 : 0{,}2 = 5$

Die Dichte ist der dekadische Logarithmus von 5, also:

$D = \lg 5 \approx 0.699$

Beispiel 7-17: Reflexionsfaktor 0,05

$1 : R = 1 : 0{,}05 = 20$

$D = \lg 20 \approx 1.301$

Beispiel 7-18: Reflexionsfaktor 40 %

$100\,\% : R\,\% = 100\,\% : 40\,\% = 2{,}5$

$D = \lg 2{,}5 \approx 0.398$

Die Rechenschritte lassen sich zu Formeln zusammenfassen. Am anschaulichsten und leichtesten merkbar ist wahrscheinlich die jeweils links gezeigte Schreibweise – sie wird deshalb im Folgenden ausschließlich verwendet, auch wenn die anderen etwas eleganter erscheinen mögen.

F 7-19 $D = \lg(1 : T)$ $\quad$ $D = \lg T^{-1}$ $\quad$ $D = -\lg T$

F 7-20 $D = \lg(1 : R)$ $\quad$ $D = \lg R^{-1}$ $\quad$ $D = -\lg R$

F 7-21 $D = \lg(100\,\% : T\,\%)$ $\quad$ $D = \lg(T\,\% : 100\,\%)^{-1}$ $\quad$ $D = -\lg(T\,\% : 100\,\%)$

F 7-22 $D = \lg(100\,\% : R\,\%)$ $\quad$ $D = \lg(R\,\% : 100\,\%)^{-1}$ $\quad$ $D = -\lg(R\,\% : 100\,\%)$

Der Kehrwert des Transmissionsfaktors wird auch Opazität genannt.

F 7-23 $O = 1 : T$ $\quad$ $O = T^{-1}$

F 7-24 $O = 100\,\% : T\,\%$ $\quad$ $O = (T\,\% : 100\,\%)^{-1}$

8.2 Fotografische Bilder

8.2.1 Geometrische Bildkonstruktion

Mit Sammellinsen können fotografische, reelle Bilder erzeugt werden, also Abbildungen auf Kamera-Mattscheibe, Film oder fotoelektrischem Sensor von Digitalkamera oder Flachbettscanner.
Um die unvermeidlichen Abbildungsfehler einfacher Sammellinsen zu korrigieren, bestehen Objektive zwar aus mehreren Sammel- und Zerstreuungslinsen. Solche Linsensysteme wirken aber im Ergebnis wie Sammellinsen, brechen also achsenparallel einfallende Lichtstrahlen so, dass sie sich ausfallseitig in einem Brennpunkt schneiden.
Bei den im Folgenden zu erläuternden Gesetzmäßigkeiten geht es um die Zusammenhänge zwischen diesen Größen:

- a Gegenstandsweite; Abstand zwischen abzubildendem Gegenstand und Hauptebene (optischer Mitte) von Sammellinse oder Objektiv
- a' Bildweite; Abstand zwischen Hauptebene von Sammellinse oder Objektiv und Abbildungsebene
- y Gegenstand; Größe (Breite oder Höhe) des Gegenstands (Objekts)
- y' Bild; Größe (Breite oder Höhe) des fotografischen (reellen) Bilds
- f Brennweite

Bei der geometrischen Konstruktion des reellen Bilds wird vereinfachend unterstellt, dass die Lichtstrahlen an der Hauptebene von Sammellinse oder Linsensystem gebrochen werden. Unter dieser Voraussetzung gelten diese Regeln:

- ▹ Der gegenstandsseitig achsenparallel auf die Linse treffende Strahl (Parallelstrahl) wird bildseitig zum Brennpunkt gebrochen.
- ▹ Der gegenstandsseitig durch den Brennpunkt laufende Strahl (Brennpunktstrahl) fällt bildseitig achsenparallel aus.
- ▹ Der auf das Zentrum der Linse treffende Strahl (Mittelpunktstrahl) durchquert die Linse ohne Richtungsänderung.
- ▹ Parallel-, Brennpunkt- und Mittelpunktstrahl, die von einem gemeinsamen Gegenstandspunkt P ausgehen, schneiden einander bildseitig im Bildpunkt P'.

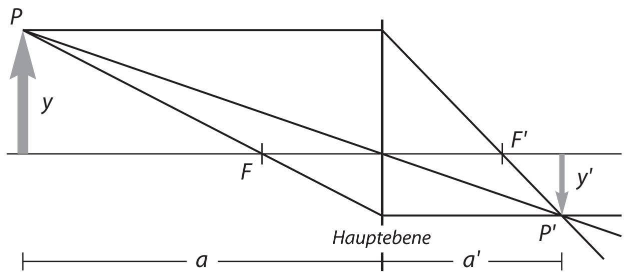

Bild 8-2
Konstruktion des Bildpunkts *P'* als Schnittpunkt von Parallel-, Mittelpunkt- und Brennpunktstrahl

8.2.2 Gegenstands- und Bildweite

Die Abbildungsgleichung (Linsengleichung) beschreibt die quantitativen Beziehungen zwischen Gegenstands-, Bild- und Brennweite. Die Formulierungen von Descartes (Formel 8-6) und Newton (Formel 8-7) scheinen auf den ersten Blick wenig Ähnlichkeit zu haben. Sie beschreiben jedoch dieselben Beziehungen und können in die jeweils andere umgeformt werden.

F 8-6 $\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}$ ***F 8-7*** $f^2=(a-f)\cdot(a'-f)$

Durch Auflösen nach a bzw. a' ergeben sich die Formeln zur Berechnung von Gegenstands- und Bildweite.

F 8-8 $a=\frac{a'\cdot f}{a'-f}$ ***F 8-9*** $a'=\frac{a\cdot f}{a-f}$ a Gegenstandsweite a' Bildweite f Brennweite

Beispiel 8-9: Wie groß ist die Gegenstandsweite, wenn die Bildweite 54 mm und die Brennweite 50 mm beträgt?

$$a=\frac{54\,\text{mm}\cdot 50\,\text{mm}}{54\,\text{mm}-50\,\text{mm}}=\frac{2700\,\text{mm}^2}{4\,\text{mm}}=675\,\text{mm}$$

Beispiel 8-10: Wie groß ist die Bildweite, wenn die Gegenstandsweite 675 mm und die Brennweite 50 mm beträgt?

$$a'=\frac{675\,\text{mm}\cdot 50\,\text{mm}}{675\,\text{mm}-50\,\text{mm}}=\frac{33\,750\,\text{mm}^2}{625\,\text{mm}}=54\,\text{mm}$$

8.2.3 Abbildungsverhältnis

Der Quotient aus Bildgröße y' und Gegenstandsgröße y steht im proportionalen Verhältnis zum Quotienten aus Bildweite a' und Gegenstandsweite a.

F 8-10 $y':y=a':a$ y y' Gegenstandsgröße, Bildgröße
a a' Gegenstandsweite, Bildweite

Abbildungsverhältnis (Maßstab) m ist definitionsgemäß der Quotient aus Bildgröße y' und Gegenstandsgröße y. Aufgrund der Gleichheit der Quotienten $y':y$ und $a':a$ steht das Abbildungsverhältnis zugleich für den Quotienten aus Bildweite und Gegenstandsweite.

F 8-11 $m=y':y$ ***F 8-12*** $m=a':a$ m Abbildungsverhältnis

Beispiel 8-11: Ein 400 mm breiter Gegenstand wird 20 mm breit abgebildet, Bildweite 42 mm. Wie groß ist die Gegenstandsweite?
Dreisatz oder Verhältnisgleichung (Formel 8-10), proportionales Verhältnis:

$$\begin{array}{ccc} 20\,\text{mm} & : & 400\,\text{mm} \\ \cdot & & \\ 42\,\text{mm} & = & 840\,\text{mm} \end{array}$$

$$20\,\text{mm} : 400\,\text{mm} = 42\,\text{mm} : a$$
$$a = 400\,\text{mm} : 20\,\text{mm}\cdot 42\,\text{mm} = 840\,\text{mm}$$

9 Geld

9.1 Preisberechnung

9.1.1 Rabatt, Mehrwertsteuer, Skonto

Listenpreise des Großhandels enthalten keine Mehrwertsteuer. Der allgemeine Mehrwertsteuersatz beträgt bei Erscheinen dieses Buchs 19 % des Netto-Rechnungsbetrags. Für einzelne Güter und Dienstleistungen – zum Beispiel Bücher, Zeitungen, Nahrungsmittel, Personennahverkehr – gilt der ermäßigte Steuersatz von 7 %. Die Mehrwertsteuer ist im Umsatzsteuergesetz (UStG) geregelt, ihr „offizieller“ Name lautet Umsatzsteuer.
Rabatte und Skonti, also Preisnachlässe, sind ebenfalls nicht im Listenpreis berücksichtigt. Rabatte gibt es aus unterschiedlichen Gründen, zum Beispiel für Groß- oder Stammkunden, bei Kauf von großen Mengen oder Restposten, zur Absatzförderung bestimmter Produkte. Skonti sind Preisnachlässe, die als Gegenleistung für sofortige oder schnelle Zahlung eingeräumt werden.
Um den zu zahlenden Betrag auszurechnen, wird der Listenpreis um die Preisnachlässe vermindert und um die Mehrwertsteuer erhöht. „Krumme“ Beträge werden auf zwei Nachkommastellen (ganze Cent) gerundet. Aus praktischen Gründen und aufgrund steuerrechtlicher Vorschriften gilt diese Reihenfolge:

	Listenpreis
–	Rabatt
=	Netto-Rechnungsbetrag
+	Mehrwertsteuer
=	Brutto-Rechnungsbetrag
–	Skonto
=	Zahlungsbetrag

Listenpreis, Netto-Rechnungsbetrag und Brutto-Rechnungsbetrag sind Grundwerte für die Berechnung von Rabatt, Mehrwertsteuer bzw. Skonto. Die Berechnung muss also schrittweise erfolgen; in keinem Fall dürfen Prozentsätze addiert oder subtrahiert werden.

Beispiel 9-1: Rechnung für 50 Tonerkartuschen, Einzelpreis laut Preisliste des Großhändlers 64,86 €, 6 % Rabatt, 2 % Skonto, 19 % Mehrwertsteuer
Zuerst wird der Gesamt-Listenpreis für die Lieferung ausgerechnet:

$$64{,}86\,€ \cdot 50 = 3243{,}00\,€$$

Rabatt (Listenpreis entspricht 100 %, Rabattbetrag entspricht 6 %):

$$3243{,}00\,€ : 100\,\% \cdot 6\,\% = 194{,}58\,€$$

Netto-Rechnungsbetrag (Listenpreis minus Rabattbetrag):

$$3243{,}00\,€ - 194{,}58\,€ = 3048{,}42\,€$$

Mehrwertsteuer (Netto-Rechnungsbetrag entspricht 100 %, Mehrwertsteuerbetrag entspricht 19 %):

$$3048{,}42\,€ : 100\,\% \cdot 19\,\% = 579{,}1998\,€ \approx 579{,}20\,€$$

Brutto-Rechnungsbetrag (Netto-Rechnungsbetrag plus Mehrwertsteuerbetrag):

$$3048{,}42\,€ + 579{,}20\,€ = 3627{,}62\,€$$

Skonto (Brutto-Rechnungsbetrag entspricht 100 %, Skontobetrag entspricht 2 %):

$$3627{,}62\,€ : 100\,\% \cdot 2\,\% = 72{,}5524\,€ \approx 72{,}55\,€$$

Zahlungsbetrag (Brutto-Rechnungsbetrag minus Skontobetrag):

$$3627{,}62\,€ - 72{,}55\,€ = 3555{,}07\,€$$

Wenn es nur auf das Endergebnis ankommt und die Beträge von Rabatt, Mehrwertsteuer und Skonto nicht von Interesse sind, kann die Berechnung etwas abgekürzt werden.

Netto-Rechnungsbetrag (entspricht 100 % minus Rabattprozentsatz):

$$3243{,}00\,€ : 100\,\% \cdot (100\,\% - 6\,\%) = 3243{,}00\,€ : 100\,\% \cdot 94\,\% = 3048{,}42\,€$$

Brutto-Rechnungsbetrag (entspricht 100 % plus Mehrwertsteuerprozentsatz):

$$3048{,}42\,€ : 100\,\% \cdot (100\,\% + 19\,\%) = 3048{,}42\,€ : 100\,\% \cdot 119\,\% \approx 3627{,}62\,€$$

Zahlungsbetrag (entspricht 100 % minus Skontoprozentsatz):

$$3627{,}62\,€ : 100\,\% \cdot (100\,\% - 2\,\%) = 3627{,}62\,€ : 100\,\% \cdot 98\,\% \approx 3555{,}07\,€$$

Umgekehrt kann vom Zahlungsbetrag zum Listenpreis zurückgerechnet werden. Dabei kehren sich Reihenfolge und Rechenzeichen entsprechend um:

	Zahlungsbetrag
+	Skonto
=	Brutto-Rechnungsbetrag
–	Mehrwertsteuer
=	Netto-Rechnungsbetrag
+	Rabatt
=	Listenpreis

Beim Rechnen ist zu beachten, dass Zahlungsbetrag, Brutto- und Netto-Rechnungsbetrag verminderte bzw. erhöhte Grundwerte sind, also in keinem Fall 100 % entsprechen. Der Zahlungsbetrag entspricht vielmehr 100 % minus Skonto-Prozentsatz, der Brutto-Rechnungsbetrag 100 % plus Mehrwertsteuer-Prozentsatz, der Netto-Rechnungsbetrag 100 % minus Rabatt-Prozentsatz.

Beispiel 9-2: Für eine Lieferung Karton wurde 13 503,17 € gezahlt; Rabatt 4 %, Mehrwertsteuer 19 %, Skonto 1,5 %

Skontobetrag (Zahlungsbetrag entspricht 100 % – Skontoprozentsatz):

$$13\,503{,}17\,€ : (100\,\% - 1{,}5\,\%) \cdot 1{,}5\,\% = 13\,503{,}17\,€ : 98{,}5\,\% \cdot 1{,}5\,\% \approx 205{,}63\,€$$

Brutto-Rechnungsbetrag (Zahlungsbetrag plus Skontobetrag):

$$13\,503{,}17\,€ + 205{,}63\,€ = 13\,708{,}80\,€$$

Mehrwertsteuer (Brutto-Rechnungsbetrag entspricht 100 % plus Mehrwertsteuerprozentsatz):

$$13\,708{,}80\,€ : (100\,\% + 19\,\%) \cdot 19\,\% = 13\,708{,}80\,€ : 119\,\% \cdot 19\,\% = 2188{,}80\,€$$

Netto-Rechnungsbetrag (Brutto-Rechnungsbetrag minus Mehrwertsteuerbetrag):

$$13\,708{,}80\,€ - 2188{,}80\,€ = 11\,520{,}00\,€$$

Rabatt (Netto-Rechnungsbetrag entspricht 100 % minus Rabattprozentsatz):

$$11\,520{,}00\,€ : (100\,\% - 4\,\%) \cdot 4\,\% = 11\,520{,}00\,€ : 96\,\% \cdot 4\,\% = 480{,}00\,€$$

Listenpreis (Netto-Rechnungsbetrag plus Rabattbetrag):

$$11\,520{,}00\,€ + 480{,}00\,€ = 12\,000{,}00\,€$$

Auch dieser Rechenweg lässt sich abkürzen, wenn die Beträge von Rabatt, Mehrwertsteuer und Skonto nicht von Interesse sind.

Brutto-Rechnungsbetrag:

$$13\,503{,}17\,€ : 98{,}5\,\% \cdot 100\,\% \approx 13\,708{,}80\,€$$

Netto-Rechnungsbetrag:

$$13\,708{,}80\,€ : 119\,\% \cdot 100\,\% = 11\,520{,}00\,€$$

Listenpreis:

$$11\,520{,}00\,€ : 96\,\% \cdot 100\,\% = 12\,000{,}00\,€$$

9.1.2 Anzeigenpreis

Die Anzeigenpreislisten von Zeitungen und Zeitschriften enthalten einerseits Preise für bestimmte Anzeigenformate, also zum Beispiel für ganze, halbe, drittel, viertel Seiten und andere Festformate, und andererseits Millimeterpreise für freie Anzeigenformate. Millimeterpreise beziehen sich auf die Höhe der einspaltigen Anzeige – bei mehrspaltigen Anzeigen ist also die Anzahl der Millimeter entsprechend der Spaltenzahl zu vervielfachen.

Beispiel 9-3: Dreispaltige Anzeige, Höhe 124 mm, Millimeterpreis 7,60 €

$$7{,}60\,€/\text{mm} \cdot 124\,\text{mm} \cdot 3 = 2827{,}20\,€$$

Die Anzahl der Spalten ist in Aufgaben zur Anzeigenpreisberechnung gelegentlich etwas „versteckt“ angegeben.

Beispiel 9-4: Anzeigenformat 195,5 mm × 180 mm, Millimeterpreis 17,40 €; die Zeitung hat 45,5 mm breite Spalten, Spaltenabstand (Zwischenschlag) 4,5 mm

Die Anzeigenbreite wird durch die Spaltenbreite dividiert, das Ergebnis wird ganzzahlig gerundet:

$$195{,}5\,\text{mm} : 45{,}5\,\text{mm} \approx 4{,}297 \approx 4$$

Zur Überprüfung: Die Breite der vierspaltigen Anzeige setzt sich aus vier Spaltenbreiten und drei Spaltenabständen zusammen.

$$4 \cdot 45{,}5\,\text{mm} + 3 \cdot 4{,}5\,\text{mm} = 195{,}5\,\text{mm}$$

Und schließlich der Anzeigenpreis:

$$17{,}40\,€ \cdot 180\,\text{mm} \cdot 4 = 12\,528{,}00\,€$$